BACKTRACKING SUR L'ECHIQUIER

TRAVAUX-PRATIQUES D'ALGORITHMIQUE N. 3

Objectifs: Il s'agit d'implanter un grand classique de la programmation par retours en arrière.

Lectures: Graphes et hypergraphes, C. Berge.

Durée: 3 heures.

Un algorithme de backtracking parcourt récursivement un arbre abstrait à la recherche des solutions d'un problème. Une méthodologie qui consiste à faire travailler la pile de votre ordinateur à la place de vos neuronnes... Il ne faut pas s'attendre à des miracles, les temps de calculs sont le plus souvent exponentiels et parfois plus encore. Une approche brutale qui permet d'obtenir des succès où même les génies peuvent échouer ! C'est le cas des célèbres puzzles échiquéens inventés par Leonhard Euler (1707-1783) et Carl Friederich Gauss (1777-1855). Pour cette séance, nous vous demandons de traiter un des trois classiques : cavalier d'Euler, 8 Dames de Gauss et le jeu du compte est bon. Dans tous les cas, il s'agit d'écrire un programme récursif en donnant des précisions sur l'aspect complexité et temps de calculs.

1. Le cavalier Eulérien

Il s'agit de trouver les parcours de cavalier sur un échiquier qui passent une et une seule fois par toutes les cases de l'échiquier avant de revenir sur la case de départ. Le problème se généralise de fçon évidente.

14	29	34	55	12	27	24	49
35	56	13	28	33	50	11	26
30	15	54	51	58	25	48	23
41	36	57	32	61	52	63	10
16	31	40	53	64	59	22	47
37	42	1	60	19	62	9	6
2	17	44	39	4	7	46	21
43	38	3	18	45	20	5	8

FIG. 1. Dans son fameux « bréviaire des échecs » de 1933, le maître Xavier Tartakover donne une des nombreuses solutions du problème d'Euler.

(1) Ecrire un algorithme de backtracking `Euler(n)` pour résoudre le problème d'Euler en dimension n.

(2) Préciser les temps de calcul pour $n = 3, 4, 5$ etc...

(3) Extrapoler une formule.

Date: Octobre 2003.

(4) Modifier votre algorithme pour qu'il examine en priorité les cases les moins accessibles.

(5) Quel est l'effet de cette heuristique ?

2. Les huit Dames de Gauss

Comment placer huit dames sur un échiquier sans qu'aucune ne puisse être prise par une autre. En 1848, Gauss avait trouvé 72 solutions. Vous n'êtes pas Gauss mais vous avez un ordinateur !

(1) Ecrire un algorithme `Gauss(n)` de recherche des solutions du puzzle des reines.

(2) Gauss avait-il raison ?

(3) Mesurer les temps de calcul.

(4) Extrapoler une formule de temps de calcul.

(5) Modifier votre code pour compter les solutions à une symétrie prés.

3. Le compte est bon

Les étudiants allergiques aux 64 cases traiteront le jeu du « compte est bon », la phase arithmétique du célèbre jeu télévisé des chiffres et des lettres. Rappelons qu'il s'agit d'approcher au plus prés un nombre de trois chiffres tiré au hasard entre 100 et 999 à l'aide des quatre opérations usuelles et de 6 autres nombres tirés au hasard dans un ensemble de plaques : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75 et 100. Tous les calculs doivent être effectués dans l'ensemble des nombres naturels.

(1) Ecrire une procédure `LeBonCompte(v, t, n)` pour trouver le bon compte v avec les nombres t[1], t[2],...,t[n].

(2) Etudier le temps de calcul.

4. Déplacements

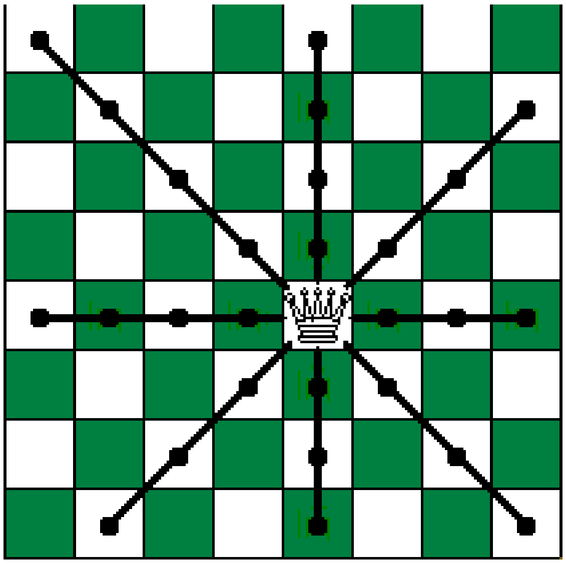

FIG. 2. La dame peut se déplacer d'un nombre arbitraire de cases, dans toutes les directions.

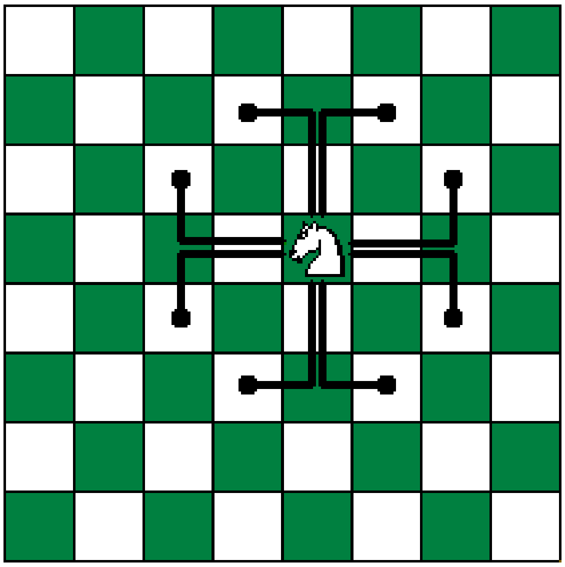

FIG. 3. Le cavalier saute d'une case blanche vers une case noire, puis vers une blanche. Quand il est au centre, il peut atteindre 8 cases, dans un coin seulement 2..