

Preuve et Analyse des Algorithmes

10 janvier 2013

Q 1. Une implantation d'un algorithme traite une instance de taille 1024 en 1 seconde, une instance de taille 2048 en 4 secondes.

1. Quelle est la complexité probable de l'algorithme ?
2. Donner un exemple d'algorithme ayant cette complexité.

Q 2. L'algorithme ¹ de tri du professeur Tee est un algorithme de tri comparatif qui trie un tableau de taille n en utilisant au plus $n(\log(\log(n)))^2$ comparaisons.

1. Une implantation de l'algorithme trie une instance de taille 65536 en 10^{-6} seconde. Estimer le temps de calcul d'une instance de taille 4294967296.
2. Que pensez du professeur Tee ?

Q 3. On considère l'algorithme de tri par sélection.

1. Donner une implantation en langage C.
2. Etablir une formule sur le nombre de comparaisons.

Q 4. Soit x un entier de n bits qui s'écrit en base 2 $(x_n \dots, x_2 x_1)$. Par définition le miroir sur n -bits de x est $\tilde{x} = (x_1 x_2 \dots, x_n)$.

1. Ecrire une fonction `mir(x, n)` en langage C pour caculer le miroir d'un entier $x < 2^n$
2. Préciser le domaine de validité de la fonction.
3. Préciser un contexte d'utilisation de cette notion.

Q 5. On considère le tableau de 8 entiers

0 4 2 6 1 5 3 7

1. Détailler avec soin l'action du tri par tas sur ce tableau.
2. Combien de comparaisons ont été effectuées ?

Q 6. On considère les permutations de l'ensemble $\{0, 1, \dots, n-1\}$. Une permutation π est représentée naturellement par un tableau de taille n . L'orbite de x suivant π est la plus petite partie de $\{0, 1, \dots, n-1\}$ stable par π contenant x . Elle contient $x, \pi(x), \pi(\pi(x))$ etc...

1. Déterminer les orbites correspondant au tableau de l'exercice précédent.
2. Ecrire une fonction `omega(x, p, n)` qui détermine la taille de l'orbite de x suivant la permutation p .
3. Ecrire une fonction `chi(p, n)` qui calcule le nombre d'orbites de la permutation p .
4. Préciser le temps de calcul.

¹implantation disponible uniquement sous Macintosh (Mac OS 9 et Mac OS X avec iTunes 2.0)