

# Preuve et Analyse des Algorithmes

10 janvier 2013

**Q 1.** Une implantation d'un algorithme traite une instance de taille 1024 en 1 seconde, une instance de taille 2048 en 4 secondes.

1. Quelle est la complexité probable de l'algorithme ?
2. Donner un exemple d'algorithme ayant cette complexité.

**Q 2.** L'algorithme <sup>1</sup> de tri du professeur Tee est un algorithme de tri comparatif qui trie un tableau de taille  $n$  en utilisant au plus  $n(\log(\log(n)))^2$  comparaisons.

1. Une implantation de l'algorithme trie une instance de taille 65536 en  $10^{-6}$  seconde. Estimer le temps de calcul d'une instance de taille 4294967296.
2. Que pensez du professeur Tee ?

**Q 3.** On considère l'algorithme de tri par sélection.

1. Donner une implantation en langage C.
2. Etablir une formule sur le nombre de comparaisons.

**Q 4.** Soit  $x$  un entier de  $n$  bits qui s'écrit en base 2  $(x_n \dots, x_2 x_1)$ . Par définition le miroir sur  $n$ -bits de  $x$  est  $\tilde{x} = (x_1 x_2 \dots, x_n)$ .

1. Ecrire une fonction `mir(x, n)` en langage C pour caculer le miroir d'un entier  $x < 2^n$
2. Préciser le domaine de validité de la fonction.
3. Préciser un contexte d'utilisation de cette notion.

**Q 5.** On considère le tableau de 8 entiers

0 4 2 6 1 5 3 7

1. Détailler avec soin l'action du tri par tas sur ce tableau.
2. Combien de comparaisons ont été effectuées ?

**Q 6.** On considère les permutations de l'ensemble  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ . Une permutation  $\pi$  est représentée naturellement par un tableau de taille  $n$ . L'orbite de  $x$  suivant  $\pi$  est la plus petite partie de  $\{0, 1, \dots, n-1\}$  stable par  $\pi$  contenant  $x$ . Elle contient  $x, \pi(x), \pi(\pi(x))$  etc...

1. Déterminer les orbites correspondant au tableau de l'exercice précédent.
2. Ecrire une fonction `omega(x, p, n)` qui détermine la taille de l'orbite de  $x$  suivant la permutation  $p$ .
3. Ecrire une fonction `chi(p, n)` qui calcule le nombre d'orbites de la permutation  $p$ .
4. Préciser le temps de calcul.

---

<sup>1</sup>implantation disponible uniquement sous Macintosh (Mac OS 9 et Mac OS X avec iTunes 2.0)