I21: Introduction à l'algorithmique

Cours 3: Bases de l'algorithmique

Nicolas Méloni

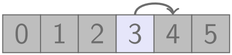
Licence 1: 2ème semestre
(2017/2018)

Parcours de tableau

- De nombreux algorithmes repose sur le fait de parcourir des données dans un certain ordre.
- Écrire des algorithme de parcours de tableau est à l'algorihmique ce que les faire des gammes est à la musique.

Parcours décalé

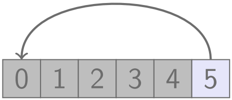
Parcours décalé



Parcours décalé

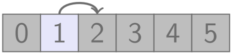
0	1	2	3	4	5

Parcours décalé



Parcours décalé

Parcours décalé



Parcours décalé

0	1	2	3	4	5

Parcours décalé

0	1	2	3	4	5

- Utiliser une variable supplémentaire pour gérer le décalage
- Faire attention à la fin du tableau

Parcours décalé

```
ALGORITHME ParcoursDecale1(T,d)
DONNEES: T tableau de taille n
         d un entier
DEBUT
  i ← 1
  j ← d
  TQ i ≤ n FAIRE
    SI j = n ALORS
      j ← 1
    FSI
    AFFICHER(T[j])
    j ← j+1
    i ← i+1
  FTQ
FIN
```

```
ALGORITHME ParcoursDecale2(T,d)
DONNEES: T tableau de taille n
         d un entier
DEBUT
  i ← 1
  TQ i ≤ n FAIRE
    j ← ((i+d−1) mod n)+1
    AFFICHER(T[j])
    i ← i+1
  FTQ
FIN
```

Problème : Addition entière

Entrée : Deux entiers donnés sous la forme de tableau de nombres entre 0 et 9 de taille n.
Sortie : Un tableau correspondant à la somme des deux nombres.

- L'algorithme est connu depuis l'école primaire.

Parcours simple de tableau : l'addition

i		4	3	2	1
N_1	$=$	8	1	6	5
N_2	$=$	4	6	3	7
r	$=$				$\cdot$
$N_1 + N_2$	$=$				

Parcours simple de tableau : l'addition

i		4	3	2	1
N_1	$=$	8	1	6	5
N_2	$=$	4	6	3	7
r	$=$			1	$\cdot$
$N_1 + N_2$	$=$				2

Parcours simple de tableau : l'addition

i		4	3	2	1
N_1	$=$	8	1	6	5
N_2	$=$	4	6	3	7
r	$=$		1	1	$\cdot$
$N_1 + N_2$	$=$			0	2

Parcours simple de tableau : l'addition

i		4	3	2	1
N_1	$=$	8	1	6	5
N_2	$=$	4	6	3	7
r	$=$	0	1	1	·
$N_1 + N_2$	$=$		8	0	2

i		4	3	2	1
N_1	$=$	8	1	6	5
N_2	$=$	4	6	3	7
r	$=$	0	1	1	·
$N_1 + N_2$	$=$	2	8	0	2

Parcours simple de tableau : l'addition

i			4	3	2	1
N_1	$=$		8	1	6	5
N_2	$=$		4	6	3	7
r	$=$		0	1	1	·
$N_1 + N_2$	$=$	1	2	8	0	2

Parcours simple de tableau : l'addition

i			4	3	2	1
N_1	$=$		8	1	6	5
N_2	$=$		4	6	3	7
r	$=$		0	1	1	·
$N_1 + N_2$	$=$	1	2	8	0	2

- deux variables entieres i et r
- un tableau N_3 initialisé à 0 de taille :

Parcours simple de tableau : l'addition

i			4	3	2	1
N_1	$=$		8	1	6	5
N_2	$=$		4	6	3	7
r	$=$		0	1	1	·
$N_1 + N_2$	$=$	1	2	8	0	2

- deux variables entieres i et r
- un tableau N_3 initialisé à 0 de taille : $n + 1$

Parcours simple de tableau : l'addition

```
ALGORITHME  Addition(N1,N2)
DONNEES:  N1,N2 tableaux d'entiers
          de taille n
VARIABLES:  i,r,s entiers
            N3 tableau de taille
            n+1 initialise a 0
DEBUT
  i ← 1
  r ← 0
  TQ i ≤ n FAIRE
    s ← N1[i]+N2[i]+r
    N3[i] ← (s mod 10)
    r ← ⌊s/10⌋
    i ← i+1
  FTQ
  N3[i] ← r
  RENVOYER N3
FIN
```

Parcours simple de tableau : l'addition

```
ALGORITHME Addition(N1,N2)
DONNEES: N1,N2 tableaux d'entiers
         de taille n
VARIABLES: i,r,s entiers
           N3 tableau de taille
           n+1 initialise a 0
DEBUT
  i ← 1
  r ← 0
  TQ i ≤ n FAIRE
    s ← N1[i]+N2[i]+r
    N3[i] ← (s mod 10)
    r ← ⌊s/10⌋
    i ← i+1
  FTQ
  N3[i] ← r
  RENVOYER N3
FIN
```

- Complexité : $\Theta(n)$

Parcours de matrice zig-zag

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 \\ 28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 \\ 37 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 \\ 46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 \\ 55 & 56 & 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 \\ 64 & 65 & 66 & 67 & 68 & 69 & 70 & 71 \end{bmatrix}$$

Parcours de matrice zig-zag

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 \\ 28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 \\ 37 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 \\ 46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 \\ 55 & 56 & 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 \\ 64 & 65 & 66 & 67 & 68 & 69 & 70 & 71 \end{bmatrix}$$

Parcours de matrice zig-zag

$$
\begin{bmatrix}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\
10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\
19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 \\
28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 \\
37 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 \\
46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 \\
55 & 56 & 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 \\
64 & 65 & 66 & 67 & 68 & 69 & 70 & 71
\end{bmatrix}
$$

- Deux variables pour parcourir les lignes et les colonnes
- Une variable pour gérer le sens de parcours des lignes

Parcours de matrice en zig-zag

```
ALGORITHME ParcoursZigZag(M)
DONNEES: M matrice de taille n×m
DEBUT
  i ← 1
  j ← 1
  dir ← 1
  TQ i ≤ n FAIRE
    TQ (j ≤ m) ET (i ≥ 1) FAIRE
      AFFICHER(M[i][j])
      j ← j+dir
    FTQ
    dir ← −dir
    j ← j+dir
    i ← i+1
  FTQ
FIN
```

Problème : Multiplication entière

Entrée : Deux entiers donnés sous la forme de tableau de nombres entre 0 et 9.
Sortie : Un tableau correspondant au produit des deux nombres.

- L'algorithme est connu depuis l'école primaire.

i		4	3	2	1
j		4	3	2	1
N_1	$=$	2	1	0	3
N_2	$=$	0	6	4	7
r	$=$				.
					.
				.	.
$N_1 \times N_2$	$=$				

Double parcours de tableaux : la multiplication

i		4	3	2	1
j		4	3	2	1
N_1	$=$	2	1	0	3
N_2	$=$	0	6	4	7
r	$=$			2	.
					1
					.
				.	.
$N_1 \times N_2$	$=$				

Double parcours de tableaux : la multiplication

i		4	3	2	1
j		4	3	2	1
N_1	$=$	2	1	0	3
N_2	$=$	0	6	4	7
r	$=$		0	2	·
				2	1
					·
				·	·
$N_1 \times N_2$	$=$				

i		4	3	2	1
j		4	3	2	1
N_1	$=$	2	1	0	3
N_2	$=$	0	6	4	7
r	$=$	0	0	2	·
			7	2	1
					·
				·	·
$N_1 \times N_2$	$=$				

Double parcours de tableaux : la multiplication

i			4	3	2	1
j			4	3	2	1
N_1	$=$		2	1	0	3
N_2	$=$		0	6	4	7
r	$=$	1	0	0	2	·
		1	4	7	2	1
						·
					·	·
$N_1 \times N_2$	$=$					

i			4	3	2	1
j			4	3	2	1
N_1	$=$		2	1	0	3
N_2	$=$		0	6	4	7
r	$=$			1	.	.
		1	4	7	2	1
					2	.
					.	.
$N_1 \times N_2$	$=$					

i			4	3	2	1
j			4	3	2	1
N_1	$=$		2	1	0	3
N_2	$=$		0	6	4	7
r	$=$		0	1	·	·
		1	4	7	2	1
				1	2	·
					·	·
$N_1 \times N_2$	$=$					

i			4	3	2	1
j			4	3	2	1
N_1	$=$		2	1	0	3
N_2	$=$		0	6	4	7
r	$=$	0	0	1	·	·
		1	4	7	2	1
			4	1	2	·
					·	·
$N_1 \times N_2$	$=$					

Double parcours de tableaux : la multiplication

i					4	3	2	1
j					4	3	2	1
N_1	$=$				2	1	0	3
N_2	$=$				0	6	4	7
r	$=$		0	0	0	1	·	·
				1	4	7	2	1
		$+$	0	8	4	1	2	·
							·	·
$N_1 \times N_2$	$=$							

i						4	3	2	1
j						4	3	2	1
N_1	$=$					2	1	0	3
N_2	$=$					0	6	4	7
r	$=$		1	0	0	1	·	·	·
					1	4	7	2	1
		$+$		0	8	4	1	2	·
		$+$	1	2	6	1	8	·	·
$N_1 \times N_2$	$=$								

i						4	3	2	1
j						4	3	2	1
N_1	$=$					2	1	0	3
N_2	$=$					0	6	4	7
r	$=$					1	·	·	·
					1	4	7	2	1
		$+$		0	8	4	1	2	·
		$+$	1	2	6	1	8	·	·
$N_1 \times N_2$	$=$		1	3	6	0	6	4	1

i						4	3	2	1
j						4	3	2	1
N_1	$=$					2	1	0	3
N_2	$=$					0	6	4	7
r	$=$					1	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
					1	4	7	2	1
		$+$		0	8	4	1	2	$\cdot$
		$+$	1	2	6	1	8	$\cdot$	$\cdot$
$N_1 \times N_2$	$=$		1	3	6	0	6	4	1

- trois variables entieres i, j et r
- un tableau N_3 initialisé à 0 de taille : $2n$

```
ALGORITHME Multiplication(N1,N2)
DONNEES: N1,N2 tableaux d'entiers
         de taille n
VARIABLES: i,j,r,p entiers
           N3 tableau de taille
           n+1 initialise a 0
DEBUT
  j ← 1
  TQ j ≤ n FAIRE
    i,r ← 1,0
    TQ i ≤ n FAIRE
      p ← N3[i+j−1] + N1[i]∗N2[j]+r
      N3[i+j−1] ← (p mod 10)
      r ← ⌊p/10⌋
      i ← i+1
    FTQ
    N3[i+j−1] ← r
    j ← j+1
  FTQ
  N3[i+j−1] ← r
  RENVOYER N3
FIN
```

- Complexité : $\Theta(n^2)$