

# I21: Introduction à l'algorithmique

Cours 5: Algorithmes de rangement

Nicolas Méloni

Licence 1: 2ème semestre  
(2017/2018)

- But : classer les éléments d'un tableau en fonction d'une propriété
- aucune relation d'ordre n'est supposée entre les éléments

## *Problème* : Rangement NOIR et BLANC

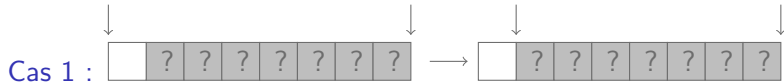
*Entrée* : tableau d'entiers  $T$  de taille  $n$  contenant des éléments étiquetés BLANC ou NOIR

*Sortie* : une permutation des éléments de  $T$  telle que les éléments BLANC sont au début et les éléments NOIR à la fin du tableau

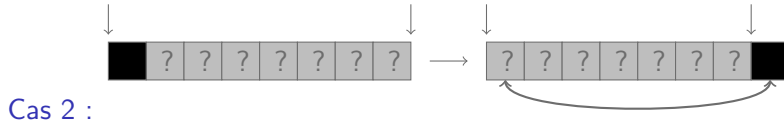
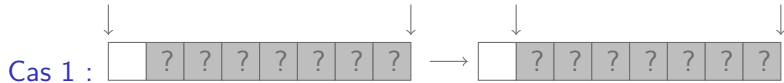
- ❑ Solution naïve : on crée une relation d'ordre entre les éléments ( BLANC < NOIR) et on utilise un des algorithmes de tris du chapitre précédent
- ❑ Complexité :  $O(n^2)$
- ❑ On peut faire bien mieux.

Idée générale :

- ❑ Parcourir le tableau ;
- ❑ Mettre les éléments BLANC à gauche du tableau en partant du début ;
- ❑ Mettre les éléments NOIR à droite du tableau en partant de la fin ;
- ❑ Garder en mémoire la position du dernier élément BLANC et du premier élément NOIR à l'aide de variables.



# Rangement NOIR et BLANC

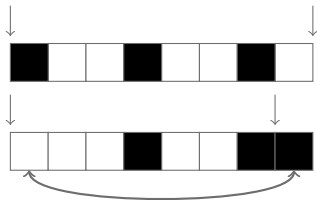


# Rangement NOIR et BLANC

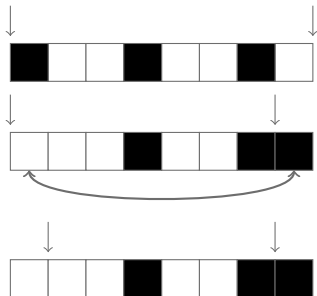




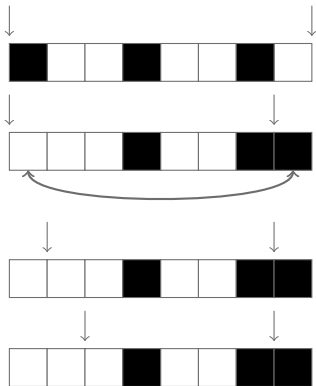
# Rangement NOIR et BLANC



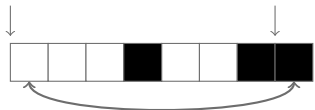
# Rangement NOIR et BLANC



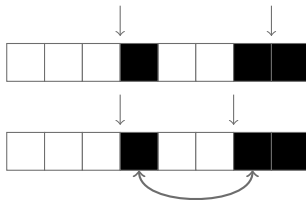
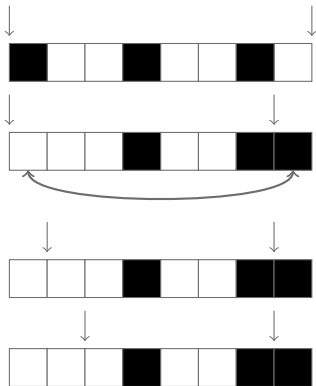
# Rangement NOIR et BLANC



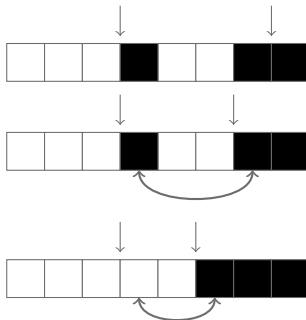
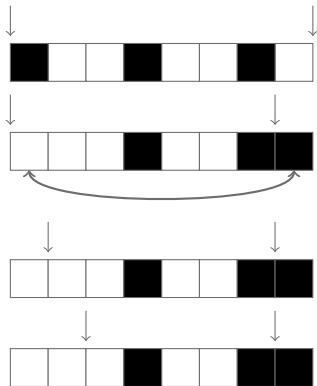
# Rangement NOIR et BLANC



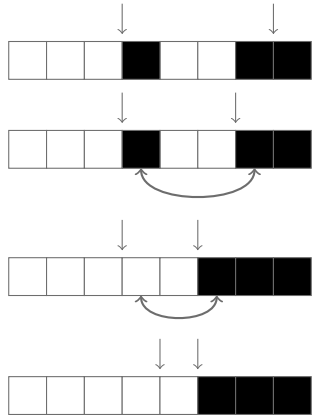
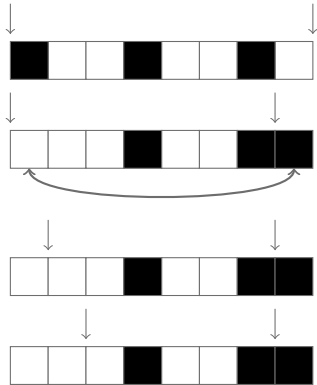
# Rangement NOIR et BLANC



# Rangement NOIR et BLANC



# Rangement NOIR et BLANC



## Rangement NOIR et BLANC

```
1  ALGORITHME NoirEtBlanc(T):  
2  DONNEES  
3    T: tableau de couleur de taille n  
4  VARIABLES  
5    g,d: entiers  
6  DEBUT  
7    g ← 1  
8    d ← n  
9    TQ g ≤ d FAIRE  
10     SI T[g] = NOIR ALORS  
11       Swap(T, g, d)  
12       d ← d - 1  
13     SINON  
14       g ← g + 1  
15     FSI  
16   FTQ  
17  FIN
```

- Arrêt : la suite des valeurs prises par  $d - g$  est strictement décroissante
- Validité : ( $T[1 : g - 1]$  ne contient que des éléments BLANC et  $T[d + 1 : n]$  des éléments NOIR) est un invariant
- Complexité :  $\Theta(n)$



## *Problème* : Tri BLEU-BLANC-ROUGE

*Entrée* : tableau d'entiers  $T$  de taille  $n$  contenant des éléments étiquetés BLEU, BLANC ou ROUGE

*Sortie* : une permutation des éléments de  $T$  telle que les éléments BLEU sont au début, les éléments BLANC sont au milieu et les éléments ROUGE sont à la fin du tableau.

## Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)

- ❏ Solution naïve : trier le tableau
- ❏ Complexité :  $O(n^2)$
- ❏ Là encore on peut résoudre le problème en  $\Theta(n)$ .

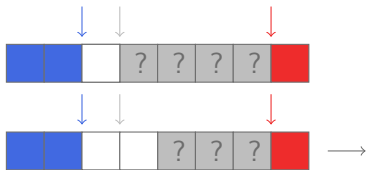
Idée générale :

- ❖ Parcourir le tableau ;
- ❖ Mettre les éléments BLEU à gauche du tableau en partant du début ;
- ❖ Mettre les éléments BLANC à gauche des éléments BLEU ;
- ❖ Mettre les éléments ROUGE à droite du tableau en partant de la fin ;
- ❖ Garder en mémoire la position du dernier élément BLANC et du premier élément NOIR à l'aide de variables.

# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)

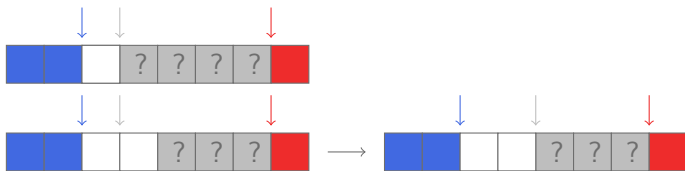


# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)



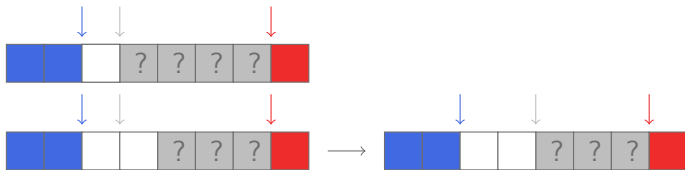
BLANC

# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)



BLANC

# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)

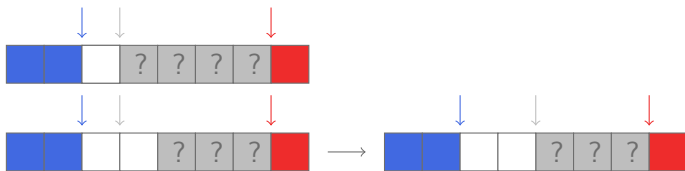


BLANC

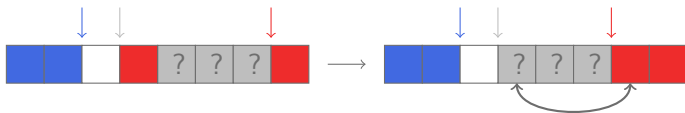


ROUGE

# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)



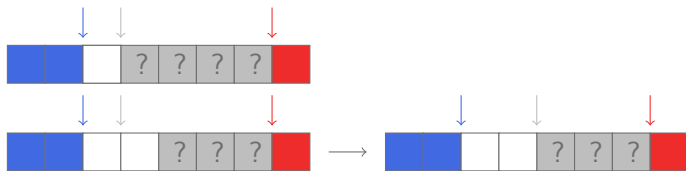
BLANC



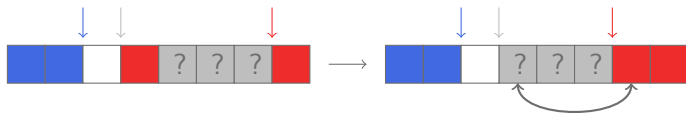
ROUGE



# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)



BLANC

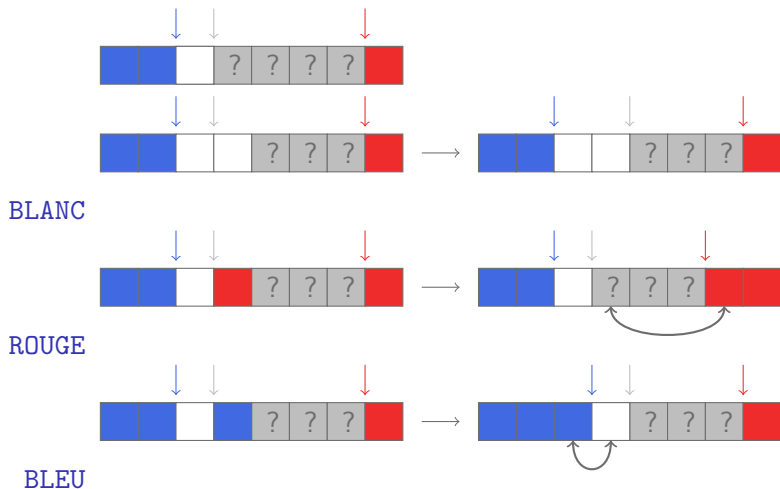


ROUGE



BLEU

# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)



# Tri BLEU-BLANC-ROUGE (Drapeau Hollandais)

```
1  ALGORITHME BleuBlancRouge(T):
2  DONNEES
3    T: tableau de couleur de taille n
4  VARIABLES
5    b,w,r: entiers
6  DEBUT
7    b,w,r ← 1,1,n
8    TQ w ≤ r FAIRE
9      SI T[w] = BLANC ALORS
10         w ← w+1
11      SINON SI T[w] = ROUGE ALORS
12         Swap(T,w,r)
13         r ← r-1
14      SINON
15         Swap(T,w,b)
16         b ← b+1
17         w ← w+1
18      FSI
19    FTQ
20  FIN
```

- ❖ Arrêt : la suite des valeurs prises par  $r - w$  est strictement décroissante
- ❖ Validité :  $(T[1 : b - 1])$  ne contient que des éléments BLEU,  $T[b : w - 1]$  ne contient que des éléments BLANC et  $T[r + 1 : n]$  des éléments ROUGE) est un invariant
- ❖ Complexité :  $\Theta(n)$