

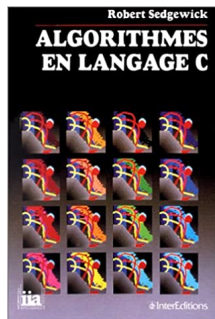
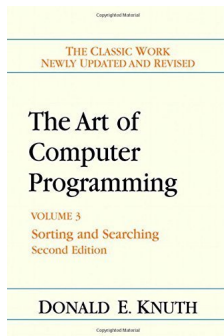
Tri et Recherche

Philippe Langevin

IMATH, université de Toulon

Avril 2021

Références



tri sélection

```
1 TRI-SELECTION( T : tableau de n objets )
2   variable i, j : indice
3   debut
4     i ← 1
5     tantque i < n faire
6       j ← i + 1
7       tantque j ≤ n faire
8         si T[i] > T[j] alors
9           T[i] ↔ T[j]
10        fsi
11      ftq
12    ftq
13  fin
```

- Comparaisons ?
- Échanges ?

comparaison vs échange

tri à bulles

```
1 TRI-BULLE( T : tableau de n objets )
2   variable i, j, d : indice
3   debut
4     d = n
5     tantque ( d > 1 )
6         i ← 1
7         tantque ( i < d )
8             si T[ i ] > T[ i + 1 ] alors
9                 T[i] ↔ T[ i+1 ]
10            fsi
11            inc( i )
12        ftq
13        dec( d )
14    ftq
15    fin
```

- Comparaisons ?
- Échanges ?

tri à bulles

```
1 TRI-BULLE( T : tableau de n objets )
2   variable i, j, d : indice;   echange : boole
3   debut
4     d = n;   echange ←
5     tantque ( d > 1 ) et echange
6       j ← 1; echange ←
7       tantque ( j < d )
8         si T[ j ] > T[ j + 1 ] alors
9           T[j] ↔ T[ j + 1 ]; echange ←
10        fsi
11        inc( j )
12      ftq
13    dec( d )
14  ftq
15  fin
```

- Comment utiliser le drapeau ?
- Cas favorable ? Cas défavorable ?

tri par insertion

```
1 TRI-INSERTION( T : tableau de n objets )
2   variable i, j, d : indice
3   debut
4     i ← 2
5     tantque ( i < n )
6         j ← i
7         tantque ( t[j] < t[j-1] )
8             t[j] ↔ t[j-1]
9             dec( j )
10        ftq
11    inc( i )
12    ftq
13  fin
```

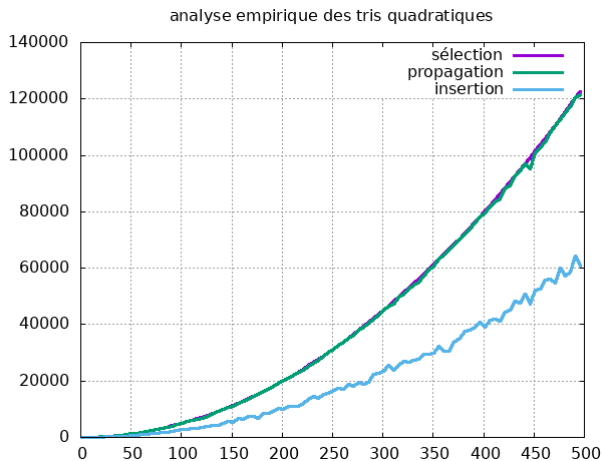
- Une erreur ?
- sentinelle...

tri par insertion

```
1 TRI-INSERTION( T : tableau de n objets )
2   variable i, j, d : indice
3   debut
4     i ← 2
5     tantque ( i < n )
6         j ← i
7         tantque ( t[j] < t[j-1] )
8             t[j] ↔ t[j-1]
9             dec( j )
10        ftq
11    inc( i )
12    ftq
13  fin
```

- Comparaisons ?
- Échanges ?

Analyse empirique



Tri linéaire

```
1 TRI—LINEAIRE( t : tableau de n entiers )
2   variable cpt : tableau de n entiers
3       i, k : indice
4   debut
5       cpt ← [0,0, ..., 0 ]
6       i ← 0
7       tant que i < n
8           inc( cpt[ t[ i ] ] ); inc( i )
9       ftq
10      k ← 0
11      tant que ( i < n )
12          tantque ( cpt[i] > 0 )
13              t[ k ] = i; inc( k ); dec( cpt[i] )
14              ftq
15              inc ( i )
16      ftq
17  fin
```

Tri fusion

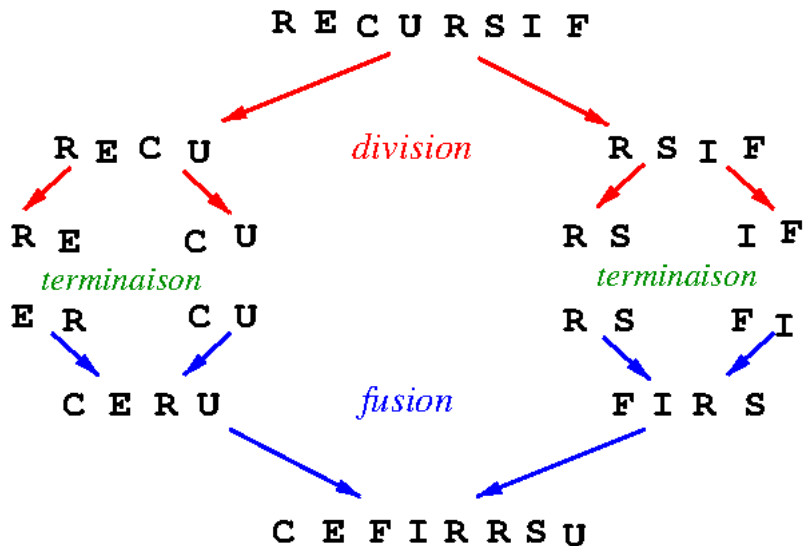
```
1 TRI-FUSION( t , i , j )
2 variable t : tableau de n objets
3   i , j , k : indice
4 debut
5   si ( n > limite ) alors
6     tri-basique( t , 1 , n )
7     retourner
8   fsi
9   k ← ( i + j ) div 2
10  tri-fusion( t , i , k )
11  tri-fusion( t , k+1 , j )
12  fusionner( t , i , j )
13 fin
```

fusionner

```
1 FUSIONNER( t : table, i, j : indice )
2 variable
3     q : indice
4 debut
5     q = ( i + j ) div 2
6
7     // homework !
8 fin
```

	<i>i</i>							<i>j</i>	
...	1	4	5	7	2	3	6	8	...

Arbre de récursion



Nombre de comparaisons

- T le nombre de comparaisons pour traiter instance de taille n
- f le nombre de comparaisons fusion/division : **linéaire!**

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + f(n)$$

développement :

$$\begin{aligned}T(n) &= 2T\left(\frac{n}{2}\right) + f(n) \\&= 2\left[2T\left(\frac{n}{2^2}\right) + f\left(\frac{n}{2}\right)\right] + f(n) = 2^2 T\left(\frac{n}{2^2}\right) + 2f(n) \\&= 2^2\left[2T\left(\frac{n}{2^3}\right) + f\left(\frac{n}{2^2}\right)\right] + 2f(n) = 2^3 T\left(\frac{n}{2^3}\right) + 3f(n) \\&\vdots \\&= 2^k T\left(\frac{n}{2^k}\right) + kf(n) = \Theta(n \log n)\end{aligned}$$

Théorème

Un algorithme de tri comparatif procède en $\Omega(n \log n)$ comparaisons.

Du point de vue du nombre de comparaisons, l'algorithme de tri fusion est optimal !

L'âge du capitaine

L'âge du capitaine est compris entre 20 et 50 ans. Combien de questions doit-on lui poser pour déterminer son âge ?

L'âge du capitaine

L'âge du capitaine est compris entre 20 et 50 ans. Combien de questions doit-on lui poser pour déterminer son âge ?

5

L'âge du capitaine

L'âge du capitaine est compris entre 20 et 50 ans. Combien de questions doit-on lui poser pour déterminer son âge ?

5

$$20 + (x_4 \dots x_1 x_0)$$

L'âge du capitaine

L'âge du capitaine est compris entre 20 et 50 ans. Combien de questions doit-on lui poser pour déterminer son âge ?

5

$$20 + (x_4 \dots x_1 x_0)$$

On considère les tableaux de n objets distincts. Un algorithme de tri comparatif est face à $n!$ situations différentes. Chaque comparaison est vue comme une question pour déterminer l'âge du capitaine ! Il doit en procéder :

$$\log(n!) = \log 1 + \log 2 + \dots + \log n = \Theta(n \log n).$$

recherche linéaire

```
1 RECHERCHE( x, t )
2 donnee x : objet
3 t : table de n objets
4 variable
5 i : indice
6 debut
7     i = 1
8     tant que ( i ≤ n et t[i] != x)
9         inc( i )
10    ftq
11    si ( i ≤ n ) alors
12        retourner i
13    sinon
14        retourner 0
15 fin
```

- variant ?
- cas favorable ?
- cas défavorable ?
- complexité ?
- invariant ?

recherche dans un tableau trié

```
1 DICHOTOMIE( x:objet, t : table de n objets )
2 variable
3   i ← 1, j ← n, q : indice
4 debut
5   tant que ( i < j )
6     q ← ( i + j ) div 2
7     si ( x = t[q] ) alors
8       retourner q
9   fsi
10  si ( t[ q ] > x ) alors
11    j ← q - 1
12  sinon
13    i ← q + 1
14  fsi
15  ftq
16  retourner 0
17 fin
```

- variant ?
- cas favorable ?
- cas défavorable ?
- complexité ?
- invariant ?