

Code Correcteur d'erreur

Master Info 1 Toulon

20 janvier 2021

Pour un entier $m > 0$, Une application booléenne f sur l'espace de Hamming $\{0, 1\}^m$ est caractérisée par son support :

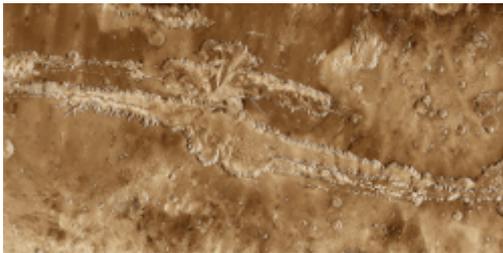
$$\text{supp}(f) = \{x \in \{0, 1\}^m \mid f(x) = 1\}$$

En identifiant un mot binaire à la représentation binaire d'un entier, une fonction booléenne est représentée par une table de vérité, indexée par les entiers inférieurs à 2^m :

0	1	2	3	...	x	...	$2^m - 1$
$f(0 \dots 00)$	$f(0 \dots 01)$	$f(0 \dots 10)$	$f(0 \dots 11)$...	$f(x)$...	$f(1 \dots 11)$

Une fonction booléenne possède une et une seule forme algébrique normale :

$$f(x) = \sum_{S \subseteq \{1, 2, \dots, m\}} a_S X_S, \quad \text{où } X_S(x) = \prod_{s \in S} x_s.$$



ple de fonction booléenne, de degré k et de poids 2^{m-k} .

Q 6. Rappeler la définition et les paramètres du code de Reed-Muller $RM(k, m)$.

Q 1. Soit a un élément de $\{0, 1\}^m$. Quelle est la forme algébrique de la fonction booléenne δ_a ayant pour support $\{a\}$?

Q 7. Quelle est la capacité de correction du code $RM(2, 4)$? Combien de mots sont dans ce code ?

Q 2. On se place dans le cas $m = 3$. Donner la forme algébrique normale de la fonction booléenne de support l'ensemble des mots de poids 1.

Q 8. Donner une matrice de contrôle du code $RM(2, 4)$.

Q 9. Dresser la table décodage de ce code.

Q 3. Comment est défini le degré d'une fonction booléenne ?

Q 4. Que peut-on dire du poids d'une fonction de degré m ?

Q 5. Sous forme algébrique, donner un exem-

