

Preuve et Analyse des Algorithmes partiel

12 novembre 2009

1 Temps de calcul

Compléter la table ci-dessous, en citant des algorithmes (sans les écrire).
Indiquer le paramètre de mesure : taille, valeur, dimension. . .

temps de calcul	nom de l'algorithme	paramètre de mesure
logarithmique		
linéaire		
quadratique		
exponentiel		

2 Sommes

On pose $f(n) = 1 + \cos(n)^2$. Compléter :

$1 + 2 + 3 + \dots + n =$
$1 + q + q^2 + \dots + q^n =$
$1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \sim$
$1 + f(2)2^3 + f(3)3^3 + \dots + f(n)n^3 = \Theta(\quad)$

3 Temps d'exécution

Le temps d'exécution (en secondes) d'un programme qui dépend d'un argument entier n vérifie :

n	16	128	256
$T(n)$	0.00	0.02	0.16

Proposer une estimation du temps de calcul en fonction de n .

Pour quelles valeurs de n , le programme pourra être exécuté en moins d'un jour ?

4 Dichotomie

Ecrire une fonction en langage C, pour déterminer une solution de

$$x^5 + x + 1 = 0$$

à 10^{-2} près.

5 Invariant

Donner un invariant de boucle pour la fonction de la question qui précède.

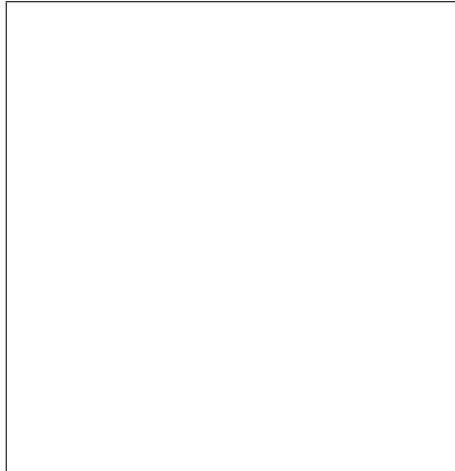
6 Euclide

Ecrire une fonction récursive (en langage C) pour résoudre le problème de Bâchet-Bézout.

Donner un exemple d'appel dans un programme qui utiliserait cette fonction.

7 Euclide à la main

Résoudre le problème de Bâchet-Bézout pour les entiers $a = 120$, et $b = 23$.

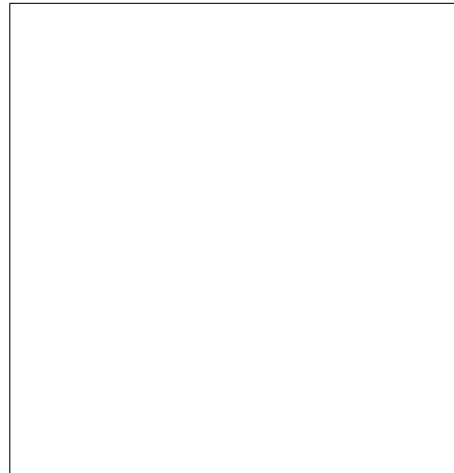


Quel est l'inverse de 23 modulo 120 ?



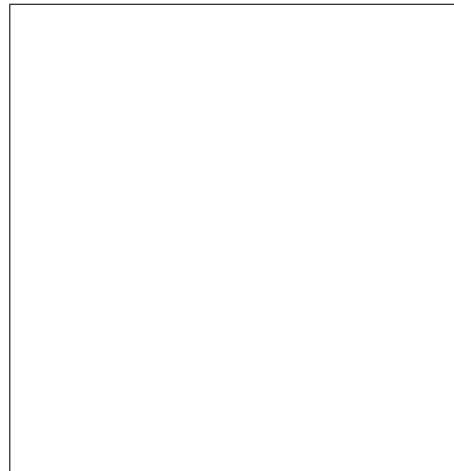
8 Nombre

On représente les nombres par des tableaux de N chiffres en base B . Ecrire un algorithme pour calculer le produit d'un nombre par un chiffre.



9 Exponentiation

Ecrire une fonction efficace en langage C pour calculer x^n modulo p . Les entiers seront représentés par des entiers non signés de 32 bits.

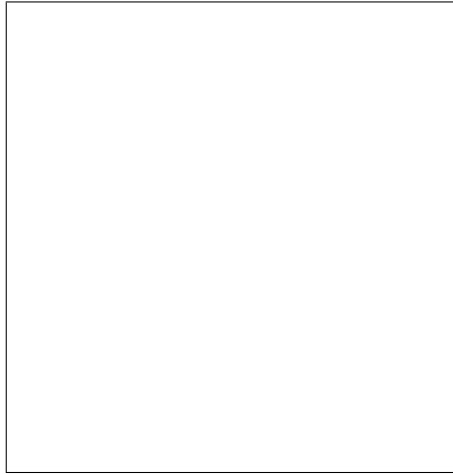


Préciser le domaine de validité de la fonction.



10 Invention

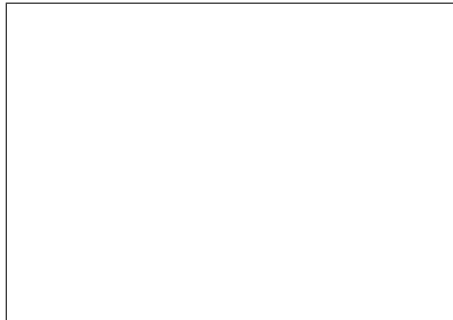
Ecrire un algorithme naïf qui prend en paramètre un tableau de dimension n , et un entier k , et qui renvoie la plus grande somme qu'il est possible d'obtenir en additionnant k éléments consécutifs.



Preciser le temps de calcul en fonction de k et n .



Comment améliorer cet algorithme ?



11 Hoare

Born in Colombo to British parents, he received his Bachelor's degree in Classics from the University of Oxford in 1956. He remained an extra year at Oxford studying graduate-level statistics, and following his National Service in the Royal Navy (1956-1958). When he learned to speak Russian, he studied computer translation of human languages at Moscow State University in the Soviet Union in the school of Kolmogorov.

In 1960, he left the Soviet Union and began working at Elliott Brothers, Ltd, a small computer manufacturing firm, where he implemented ALGOL 60 and began developing algorithms in earnest. He became a Professor of Computing Science at the Queen's University of Belfast in 1968, and in 1977 moved back to Oxford as a Professor of Computing to lead the Programming Research Group in the Oxford University Computing Laboratory, following the death of Christopher Strachey. He is now an Emeritus Professor there, and is also a senior researcher at Microsoft Research in Cambridge, England.

His most significant work has been in the following areas : devising a widely-used sorting algorithm (Quicksort), Hoare logic, the formal language Communicating Sequential Processes (CSP) used to specify the interactions between concurrent processes, structuring computer operating systems using the monitor concept, and the axiomatic specification of programming languages.

source : wikipedia