

CC - Algorithmique Élémentaire du I21

Licence Informatique

Mars 2021

NOM
PARSLER

PRENOM
ELVIS

GROUPE
Rock

NOTE
5000!

Tous les tableaux sont indexés par des entiers non nuls. Le logarithme népérien de x est noté $\log x$.

Question 1 (cours) Combien de comparaisons faut-il effectuées au minimum pour déterminer la plus petite valeur d'un tableau de n objets ?

Insérer votre réponse : **$n-1$**

Question 2 Montrer par récurrence que pour tout entier non nul n :
— $\sum_{k=1}^n k k! = (n+1)! - 1$, (notation $\mathcal{P}(n)$).

Initialisation:

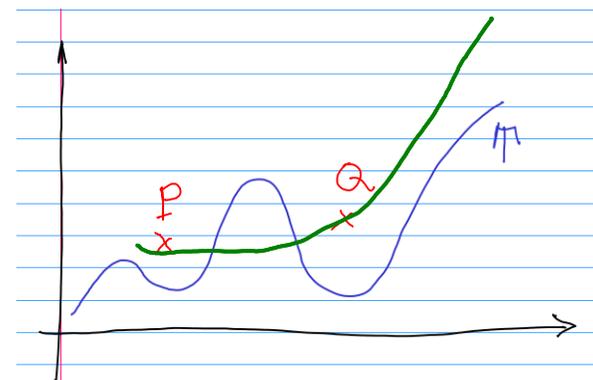
Hérédité:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} k k! &= (m+1)! - 1 + (m+1)(m+1)! \\ &= (m+1)! (1 + m+1) - 1 \\ &= (m+2)! - 1 \quad \mathcal{P}(m+1) \end{aligned}$$

Question 3 Classer les fonctions a, b, c, d dans l'ordre O

— $a(n) = 2^{\sqrt{n}}$, $b(n) = \exp((\log n)^2)$, $c(n) = n^2$, $d(n) = 2^{n^2}$.

Lister a, b, c et d dans le bon ordre :
 $\xi \quad b \quad a \quad d$



Question 4 Dessiner sur le graphique une fonction f passant par les points P et Q vérifiant : $T = O(f)$

Question 5 L'expression suivante est-elle correcte :

— $\log_2 x = \Theta(\log x)$.

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 6 Pour des fonctions positives, l'implication suivante est-elle correcte ?

— $f = \Theta(h) \wedge g = O(h) \implies f + g = \Theta(h)$

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 7 Préciser le temps de calcul de la boucle,

$i = 1$; TQ ($i \leq n$) FAIRE $S \leftarrow S + W(i)$; INC(i); FTQ

sachant que le temps de calcul de $W(i)$ est de complexité linéaire.

Entourer la bonne réponse :
 quasilinéaire exponentielle linéaire
 cubique quadratique logarithmique

Question 8 Un programme traite une instance de taille n en 2 secondes. Estimer le temps de calcul d'une instance de taille triple sachant que l'algorithme est de complexité quadratique.

$T(3n) = 3^2 T(n) = 18$

```

1 INCREMBOOLE( T : tableau de n booléens )
2 DEBUT
3 i ← 1;
4 TANT QUE ( i ≤ n ) et T[i] FAIRE
5   T[i] ← FAUX
6   INC(i);
7 FTQ
    
```

Question 9 L'algorithme Incremboole est-il de complexité $\Theta(n)$?

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 10 On considère l'algorithme incremboole. On note $Q(n)$ le nombre d'instances favorables de taille n .

Donner une expression de $Q(n) = 2^{n-1}$

```

1 RANGEMENT( T )
2 DONNEES T : table de n nombres
3 VARIABLE i, j; indice;
4 DEBUT
5   i ← 1
6   j ← n
7   TANT QUE ( i < j ) FAIRE
8     SI T[i] > T[j] ALORS
9       T[i] ↔ T[j] (échange)
10    FSI
11    INC(i)
12    DEC(j)
13 FTQ
14 ...
    
```

$x \leftarrow T[j] \quad y \leftarrow T[i]$
 tant que $i > 0$
 si $x > T[i]$ alors $x \leftarrow T[i]$
 si $y < T[j]$ alors $y \leftarrow T[j]$
 dec(i) inc(j)
 retourner x y

Question 11 (cours) On considère l'algorithme rangement. Que peut-on dire de la formule $i + j = n$?

Insérer votre réponse :
 Invariant

Question 12 (réflexion) Est-il possible de modifier rangement pour déterminer la plus petite et la plus grande valeur de t en moins de $\frac{3}{2}n$ comparaisons de nombres ?

Entourer la bonne réponse : OUI NON
 Justifier en complétant l'algorithme rangement.