

CC - Algorithmique Élémentaire du I21

Licence Informatique

Mars 2021

Tous les tableaux sont indexés par des entiers non nuls. Le logarithme népérien de x est noté $\log x$.

Question 1 (cours) Combien de comparaisons faut-il effectuées au minimum pour déterminer la plus petite valeur d'un tableau de n objets ?

Insérer votre réponse :

Question 2 Montrer par récurrence que pour tout entier non nul n :
— $\sum_{k=1}^n kk! = (n+1)! - 1$, (notation $\mathcal{P}(n)$).

Initialisation:

Hérédité:

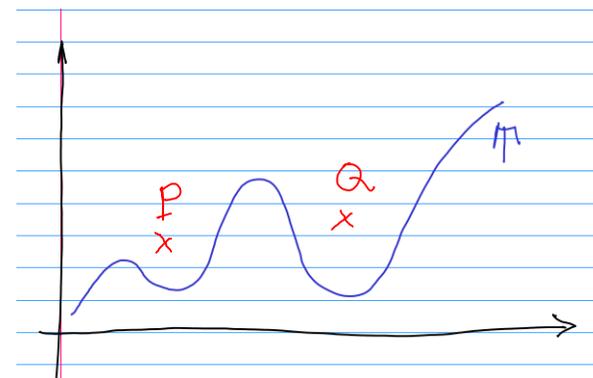
- .
- .
- .
- .
- .

Question 3 Classer les fonctions a, b, c, d dans l'ordre \mathcal{O}

— $a(n) = 2^{\sqrt{n}}$, $b(n) = \exp((\log n)^2)$, $c(n) = n^2$, $d(n) = 2^{n^2}$.

Lister a, b, c et d dans le bon ordre :

- .
- .



Question 4 Dessiner sur le graphique une fonction f passant par les points P et Q vérifiant : $T = O(f)$

Question 5 L'expression suivante est-elle correcte :

— $\log_2 x = \Theta(\log x)$.

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 6 Pour des fonctions positives, l'implication suivante est-elle correcte ?

— $f = \Theta(h) \wedge g = O(h) \implies f + g = \Theta(h)$

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 7 Préciser le temps de calcul de la boucle,

$i = 1$; **FTQ** ($i \leq n$) **FAIRE** $S \leftarrow S + W(i)$; **INC**(i); **FTQ**

sachant que le temps de calcul de $W(i)$ est de complexité linéaire.

Entourer la bonne réponse :

quasilineaire	exponentielle	linéaire
cubique	quadratique	logarithmique

Question 8 Un programme traite une instance de taille n en 2 secondes. Estimer le temps de calcul d'une instance de taille triple sachant que l'algorithme est de complexité quadratique.

$T(3n) =$

```

1 INCREMBOOLE( T : tableau de n booléens )
2 DEBUT
3 i ← 1;
4 TANT QUE (i ≤ n) et T[i] FAIRE
5   T[i] ← FAUX
6   INC(i);
7 FTQ
  
```

Question 9 L'algorithme Incremboole est-il de complexité $\Theta(n)$?

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 10 On considère l'algorithme incremboole. On note $Q(n)$ le nombre d'instances favorables de taille n .

Donner une expression de $Q(n) =$

```

1 RANGEMENT( T )
2  DONNEES T : table de n nombres
3  VARIABLE i, j: indice;
4  DEBUT
5    i ← 1
6    j ← n
7    TANT QUE (i < j) FAIRE
8      SI T[i] > T[j] ALORS
9        T[i] ↔ T[j] (échange)
10     FSI
11     INC(i)
12     DEC(j)
13 FTQ
14 ...
  
```

Question 11 (cours) On considère l'algorithme rangement. Que peut-on dire de la formule $i + j = n$?

Insérer votre réponse :

Question 12 (réflexion) Est-il possible de modifier rangement pour déterminer la plus petite et la plus grande valeur de t en moins de $\frac{3}{2}n$ comparaisons de nombres ?

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Justifier en complétant l'algorithme rangement.