

CC - Algorithmique Élémentaire du I21

Licence Informatique

Mars 2021

NOM
LANGUIN

PRENOM
TOTO

GROUPE
145

NOTE
TB

Tous les tableaux sont indexés par des entiers non nuls. Le logarithme népérien de x est noté $\log x$.

Question 1 (cours) Combien de comparaisons faut-il effectuées au minimum pour déterminer la plus petite valeur d'un tableau de n objets ?

en cours !

Insérer votre réponse : **$n - 1$**

Question 2 Montrer par récurrence que pour tout entier non nul n :

— $\sum_{k=1}^n k 2^{k-1} = 1 + (n - 1)2^n$, (notation $P(n)$).

Initialisation: $\sum_{k=1}^1 k 2^{k-1} = 1$ $1 + (1-1)2^1 = 1$

Hérédité:

$$\sum_{k=1}^{m+1} k 2^{k-1} = 1 + (m-1)2^m + (m+1)2^m$$

$$P(m) = 1 + 2^m \cdot m = 1 + m 2^m$$

$$= 1 + (m+1-1) 2^{m+1}$$

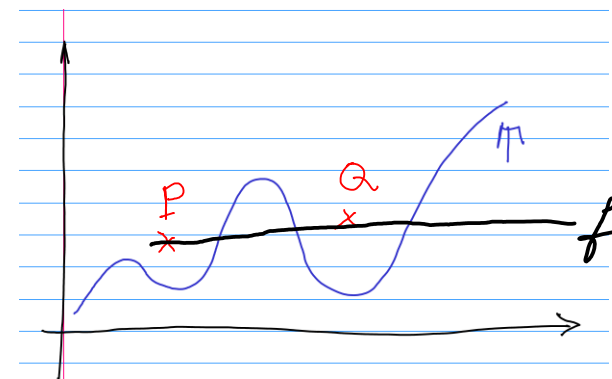
Question 3 Classer les fonctions a, b, c, d dans l'ordre O

— $a(n) = n!$, $b(n) = n^{2 \log n}$, $c(n) = (\log \log n)^2$, $d(n) = (n + 4)^{12}$.

log → $m \log m$ → $2 \log m$ → $2 \log \log m$ → $12 \log(m+4)$

Listez a, b, c et d dans le bon ordre :

ϵ d b a



Question 4 Dessiner sur le graphique une fonction f passant par les points P et Q vérifiant : $T = \Omega(f)$

Question 5 L'expression suivante est-elle correcte :

— $e^x = O(2^x)$.

Handwritten: $\frac{e^x}{2^x} \rightarrow \infty$

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 6 Pour des fonctions positives l'implication suivante est-elle correcte ?

— $f = \Theta(h) \wedge g = O(h) \implies f + g = \Omega(h)$

Handwritten: $Ah \leq f \leq f+g$

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 7 Préciser le temps de calcul de la boucle,

```
i = 1; FTQ (i ≤ n) FAIRE S ← S + W(i); INC(i); FTQ
```

sachant que le temps de calcul de $W(i)$ est de complexité logarithmique.

Entourer la bonne réponse :
 quasilinéaire exponentielle linéaire
 cubique quadratique logarithmique

Question 8 Un programme traite une instance de taille n en 2 secondes. Estimer le temps de calcul d'une instance de taille triple sachant que l'algorithme est de complexité cubique.

$T(3n) = 3^3 T(n) = 54 \Delta$

```
1 INCREMBOOLE( T : tableau de n booléens )
2 DEBUT
3 i ← 1;
4 TANT QUE (i ≤ n) et T[i] FAIRE
5   T[i] ← FAUX
6   INC(i);
7 FTQ
```

Question 9 L'algorithme Incremboole est-il de complexité $\Omega(\log n)$?

Handwritten: $T(n) = \Theta(1)$

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Question 10 On considère l'algorithme incremboole. On note $Q(n)$ le nombre d'instances défavorables de taille n .

Donner une expression de $Q(n) = 1$

```
1 RANGEMENT( T )
2  DONNEES T : table de n nombres
3  VARIABLE i, j; indice;
4  DEBUT
5    i ← 1
6    j ← n
7    TANT QUE (i < j) FAIRE
8      SI T[i] > T[j] ALORS
9        T[i] ↔ T[j] (échange)
10     FSI
11     INC(i)
12     DEC(j)
13 FTQ
14 ...
```

Handwritten: Sketch...
 $x \leftarrow T[j] \quad y \leftarrow T[i]$
 Tant que $(i > 0)$
 si $t[i] < x$ alors $x \leftarrow T[i]$
 si $t[j] > y$ alors $y \leftarrow T[j]$
 $i \leftarrow i - 1 \quad j \leftarrow j + 1$
 FTQ
 retourner x, y

Question 11 (cours) On considère l'algorithme rangement. Que peut-on dire de l'expression $j - i$?

Insérer votre réponse :
 c'est un variant (Cours)

Question 12 (réflexion) Est-il possible de modifier rangement pour déterminer la plus petite et la plus grande valeur de t en moins de $\frac{3}{2}n$ comparaisons de nombres ?

Entourer la bonne réponse : OUI NON
 Justifier en complétant l'algorithme rangement.