

# CC - Algorithmique Élémentaire du I21

## Licence Informatique

Mars 2021

NOM  
**MARTIN**

PRENOM  
**Coralie**

GROUPE  
**?**

NOTE  
**TB** 3

Tous les tableaux sont indexés par des entiers non nuls. Le logarithme népérien de  $x$  est noté  $\log x$ .

**Question 1 (cours)** Combien de comparaisons faut-il effectuées au minimum pour déterminer la plus petite valeur d'un tableau de  $n$  objets ?

Insérer votre réponse :  **$n-1$**

**Question 2** Montrer par récurrence que pour tout entier non nul  $n$  :

—  $\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = \frac{1}{2}(-1)^n n(n+1)$ , (notation  $\mathcal{P}(n)$ ).

Initialisation:

Hérédité:

$$\sum_{k=1}^{m+1} (-1)^k k^2 = \frac{1}{2}(-1)^m m(m+1) + (-1)^{m+1} (m+1)^2$$

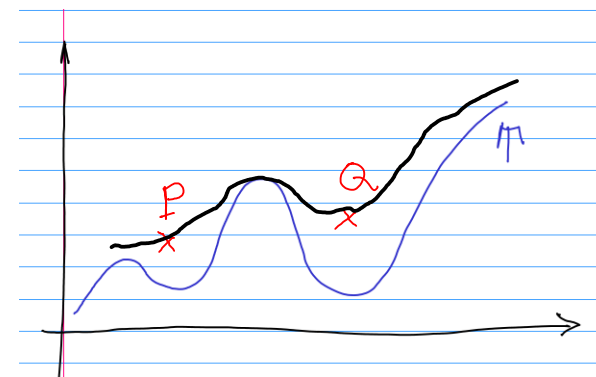
$$= (-1)^{m+1} \left[ \frac{1}{2}m - (m+1) \right] = \frac{(-1)^{m+1}}{2} (m+1)$$

*(Note: A red correction line is drawn under the term  $-\frac{1}{2}(m+1)$  in the original image, changing it to  $-\frac{1}{2}(m+1) \times 1$ .)*

**Question 3** Classer les fonctions  $a, b, c, d$  dans l'ordre  $O$

—  $a(n) = \sqrt{n}2^n$ ,  $b(n) = n^2 \log n$ ,  $c(n) = n!$ ,  $d(n) = \exp((\log n)^2)$ .

Lister  $a, b, c$  et  $d$  dans le bon ordre :  
 **$b \quad d \quad a \quad c$**



$\uparrow \log$

**Question 4** Dessiner sur le graphique une fonction  $f$  passant par les points  $P$  et  $Q$  vérifiant :  $T = \Theta(f)$

**Question 5** L'expression suivante est-elle correcte :

—  $e^x = \Omega(x!), x$  entier.

Entourer la bonne réponse : OUI  NON

**Question 6** Pour des fonctions positives, l'implication suivante est-elle correcte ?

—  $f = \Theta(h) \wedge g = \Omega(h) \implies f + g = O(h)$

Entourer la bonne réponse : OUI  NON

**Question 7** Préciser le temps de calcul de la boucle,

$i = 1; \text{TQ } (i \leq n) \text{ FAIRE } S \leftarrow S + W(i); \text{ INC}(i); \text{ FTQ}$

sachant que le temps de calcul de  $W(i)$  est de complexité quadratique.

Entourer la bonne réponse :

quasilineaire	exponentielle	linéaire
<input checked="" type="checkbox"/> cubique	quadratique	logarithmique

**Question 8** Un programme traite une instance de taille  $n$  en 2 secondes. Estimer le temps de calcul d'une instance de taille triple sachant que l'algorithme est de complexité quasiliéaire.

$T(3n) =$  un peu plus de 6 sec

```

1 INCREMBOOLE( T : tableau de n booléens )
2 DEBUT
3 i ← 1;
4 TANT QUE (i ≤ n) et T[i] FAIRE
5   T[i] ← FAUX
6   INC(i);
7 FTQ
  
```

**Question 9** L'algorithme Incremboole est-il de complexité  $O(n!)$  ?

Entourer la bonne réponse : OUI  NON

**Question 10** On considère l'algorithme incremboole. On note  $Q(n)$  le nombre d'instances favorables de taille  $n$ .

Donner une expression de  $Q(n) =$

$2^{n-1}$

```

1 RANGEMENT( T )
2 DONNEES T : table de n nombres
3 VARIABLE i, j; indice;
4 DEBUT
5   i ← 1
6   j ← n
7   TANT QUE (i < j) FAIRE
8     SI T[i] > T[j] ALORS
9       T[i] ↔ T[j] (échange)
10    FSI
11    INC(i)
12    DEC(j)
13 FTQ
14 ...
  
```

$x \leftarrow T[j] \quad y \leftarrow T[i]$   
 $dec(i) \quad inc(j)$   
 Tant que  $i > 0$   
 si  $T[j] < x$  alors  $x \leftarrow T[j]$   
 si  $T[i] > y$  alors  $y \leftarrow T[i]$   
 $dec(i) \quad inc(j)$   
 FTQ  
 retourner  $x, y$

**Question 11 (cours)** On considère l'algorithme rangement. Que peut-on affirmer en ligne 14 ?

Insérer votre réponse :

$i \geq j$

**Question 12 (réflexion)** Est-il possible de modifier rangement pour déterminer la plus petite et la plus grande valeur de  $t$  en moins de  $\frac{3}{2}n$  comparaisons de nombres ?

Entourer la bonne réponse : OUI  NON

Justifier en complétant l'algorithme rangement.