

# CC - Algorithmique Élémentaire du I21

## Licence Informatique

Mars 2021

Tous les tableaux sont indexés par des entiers non nuls. Le logarithme népérien de  $x$  est noté  $\log x$ .

**Question 1 (cours)** Combien de comparaisons faut-il effectuées au minimum pour déterminer la plus petite valeur d'un tableau de  $n$  objets ?

Insérer votre réponse :

**Question 2** Montrer par récurrence que pour tout entier non nul  $n$  :

$$- \sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = \frac{1}{2}(-1)^n n(n+1), \quad (\text{notation } \mathcal{P}(n)).$$

Initialisation:

Hérédité:

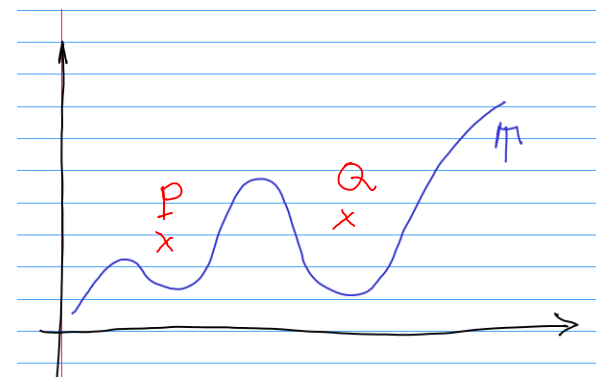
- .
- .
- .
- .
- .

**Question 3** Classer les fonctions  $a, b, c, d$  dans l'ordre  $\mathcal{O}$

$$- a(n) = \sqrt{n}2^n, \quad b(n) = n^2 \log n, \quad c(n) = n!, \quad d(n) = \exp((\log n)^2).$$

Lister  $a, b, c$  et  $d$  dans le bon ordre :

- .
- .



**Question 4** Dessiner sur le graphique une fonction  $f$  passant par les points  $P$  et  $Q$  vérifiant :  $T = \Theta(f)$

**Question 5** L'expression suivante est-elle correcte :

—  $e^x = \Omega(x!), x$  entier.

Entourer la bonne réponse : OUI NON

**Question 6** Pour des fonctions positives, l'implication suivante est-elle correcte ?

—  $f = \Theta(h) \wedge g = \Omega(h) \implies f + g = O(h)$

Entourer la bonne réponse : OUI NON

**Question 7** Préciser le temps de calcul de la boucle,

$i = 1; \text{ TQ } (i \leq n) \text{ FAIRE } S \leftarrow S + W(i); \text{ INC}(i); \text{ FTQ}$

sachant que le temps de calcul de  $W(i)$  est de complexité quadratique.

Entourer la bonne réponse :

quasilineaire	exponentielle	linéaire
cubique	quadratique	logarithmique

**Question 8** Un programme traite une instance de taille  $n$  en 2 secondes. Estimer le temps de calcul d'une instance de taille triple sachant que l'algorithme est de complexité quasiliéaire.

$T(3n) =$

```

1 INCREMBOOLE( T : tableau de n booléens )
2 DEBUT
3 i ← 1;
4 TANT QUE (i ≤ n) et T[i] FAIRE
5   T[i] ← FAUX
6   INC(i);
7 FTQ
  
```

**Question 9** L'algorithme Incremboole est-il de complexité  $O(n!)$  ?

Entourer la bonne réponse : OUI NON

**Question 10** On considère l'algorithme incremboole. On note  $Q(n)$  le nombre d'instances favorables de taille  $n$ .

Donner une expression de  $Q(n) =$

```

1 RANGEMENT( T )
2  DONNEES T : table de n nombres
3  VARIABLE i, j: indice;
4  DEBUT
5    i ← 1
6    j ← n
7    TANT QUE (i < j) FAIRE
8      SI T[i] > T[j] ALORS
9        T[i] ↔ T[j] (échange)
10     FSI
11     INC(i)
12     DEC(j)
13 FTQ
14 ...
  
```

**Question 11 (cours)** On considère l'algorithme rangement. Que peut-on affirmer en ligne 14 ?

Insérer votre réponse :

**Question 12 (réflexion)** Est-il possible de modifier rangement pour déterminer la plus petite et la plus grande valeur de  $t$  en moins de  $\frac{3}{2}n$  comparaisons de nombres ?

Entourer la bonne réponse : OUI NON

Justifier en complétant l'algorithme rangement.