

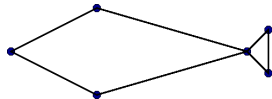
Algorithmique des Graphes

L3 informatique

mercredi 1 avril 2026

Vous êtes invités à remettre une copie claire, concise, sans rature ni surcharge en répondant aux questions dans l'ordre de l'énoncé... La note tiendra compte de la présentation générale de la copie.

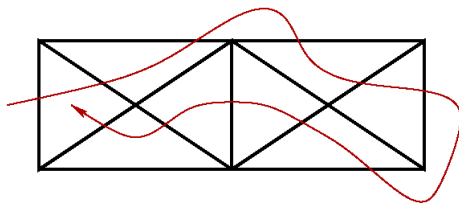
Q1. De combien de façons peut-on 3-colorier le graphe poisson ?



graphe poisson

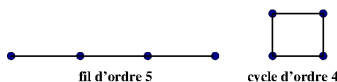
Q2. Déterminer toutes les distributions de degrés possibles pour un graphe eulérien ayant 01 sommet de degré 04 et possédant exactement 7 arêtes.

Q3. Est-il possible de tracer, sans relever le crayon, une ligne coupant une fois et une seule chaque segment de la figure ci-dessous ?



Q4. Quelle transformation minimale appliquer à un graphe eulérien pour obtenir un graphe partiel semi-eulérien ?

Q5. On note $F_n(t)$ le polynôme chromatique du graphe fil de d'ordre n , $C_n(t)$ celui du cycle d'ordre n . Utiliser un dessin pour établir $C_n(t) = F_n(t) - C_{n-1}(t)$.



Q6. Combien y a-t-il de triangles (clique à 3 sommets) dans le graphe complet d'ordre n ?

Q7. Coder `int triangle(graphe g)` qui retourne le nombre de triangles du graphe, en utilisant uniquement la représentation par matrice d'adjacence.

Q8. Construire et dessiner un graphe 3-régulier hamiltonien sans triangle. Connaissez-vous un graphe 3-régulier non hamiltonien sans triangle?

Q9. Quelle est la complexité de cette fonction ? Décider de l'existence d'un triangle est-il un problème : P, NP, NP-complet ?

Q10. On souhaite compter le nombre de triangles dans un graphe g en utilisant simultanément sa représentation par listes d'adjacence et sa matrice d'adjacence notée A .

```

1 TRIANGLE( g : graphe )
2 cpt ← 0
3 pour chaque sommet r
4   pour chaque s voisin de r
5     pour chaque t voisin de s
6       si ( condition ) alors
7         cpt ← cpt+1
8 retourner cpt
```

- a Compléter la condition permettant de tester si (r, s, t) forme un triangle.
- b Modifier cette condition afin d'éviter de compter plusieurs fois un même triangle.
- c Estimer le temps de calcul de l'algorithme précédent quand il est appliqué à un graphe k -régulier d'ordre n .

Bilan des questions et difficultés

Ce rapport présente chaque question de l'épreuve **Algorithmique des Graphes — L3 Informatique** ainsi que sa difficulté estimée sur une échelle de 1 à 5 étoiles (\star), où :

- \star = facile
- $\star\star$ = assez facile
- $\star\star\star$ = intermédiaire
- $\star\star\star\star$ = difficile
- $\star\star\star\star\star$ = très difficile / chronophage

1. 3-coloration du graphe poisson

Objectif : Calcul combinatoire sur la coloration de graphe.

Difficulté : $\star\star$

2. Distribution des degrés pour un graphe eulérien

Objectif : Déterminer toutes les distributions de degrés possibles pour un graphe eulérien ayant 1 sommet de degré 4 et exactement 7 arêtes.

Difficulté : $\star\star\star$

3. Tracer sans relever le crayon

Objectif : Vérifier l'existence d'un chemin ou cycle eulérien.

Difficulté : $\star\star$

4. Transformation minimale vers un graphe semi-eulérien

Objectif : Appliquer une modification minimale pour passer d'un graphe eulérien à un graphe semi-eulérien.

Difficulté : $\star\star$

5. Polynômes chromatiques $F_n(t)$ et $C_n(t)$

Objectif : Utiliser un dessin pour établir la relation $C_n(t) = F_n(t) - F_{n-1}(t)$.

Difficulté : $\star\star$

6. Nombre de triangles dans le graphe complet K_n

Objectif : Calcul combinatoire direct du nombre de cliques à 3 sommets.

Difficulté : \star

7. Construction d'un graphe 3-régulier non hamiltonien sans triangle

Objectif : Construire et dessiner un graphe 3-régulier, en se basant éventuellement sur un graphe vu en TP (graphe de Petersen).

Difficulté : $\star\star\star$

8. Codage de la fonction $\text{triangle}(g)$

Objectif : Déterminer le nombre de triangles dans un graphe en utilisant uniquement la matrice d'adjacence.

Difficulté : $\star\star\star$

- Compléter la condition permettant de tester si (r, s, t) forme un triangle.
- Modifier la condition afin d'éviter de compter plusieurs fois un même triangle.
- Estimer le temps de calcul sur un graphe k -régulier d'ordre n .

Difficulté : ★★★

9. Complexité et classe du problème

Objectif : Décider si le problème de l'existence d'un triangle appartient à P, NP ou NP-complet.

Difficulté : ★★★

Synthèse générale :

- Questions faciles / rapides : Q1, Q3, Q4, Q5, Q6
- Questions intermédiaires / réflexion : Q2, Q7, Q8, Q8a-b, Q8c, Q9
- Questions difficiles / chronophages : aucune, tout est réalisable en 1h30 si l'étudiant gère bien son temps

rush des questions remises

Q11. Un sommet d'un graphe avec m arêtes est dit lourd si son degré est supérieur à \sqrt{m} . Majorer le nombre de sommets lourds d'un graphe. Esquisser une stratégie efficace pour compter les triangles d'un graphe.

Q12. Coder `graphe fusion(graphe g)` qui retourne le graphe fusion des sommets 0 et $n-1$.