

# Algorithmique des Graphes

## L3 informatique

vendredi 28 juin 2024

*Vous êtes invités à remettre une copie claire, concise, sans rature ni surcharge en répondant aux questions dans l'ordre de l'énoncé... La note tiendra compte de la présentation générale de la copie.*

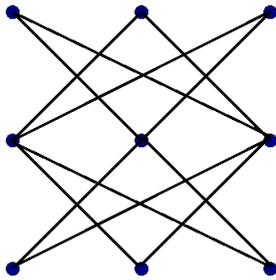
**Q1.** Quel algorithme de la théorie des graphes sert à résoudre le problème du plus court chemin ?

**Q5.** Faire un tri topologique des sommets.

**Q2.** Citer un algorithme de la théorie des graphes fondé sur le tri rapide.

---

Pour un entier  $r$ , on note  $G_r$  le graphe dont l'ensemble des sommets est constitué des couples  $(i, j)$  avec  $0 \leq i, j < r$  en disant que  $(a, b)$  est adjacent à  $(c, d)$  si et seulement si  $(a - c)^2 + (b - d)^2 = 5$ .



**Q6.** Dessiner  $G_2$ .

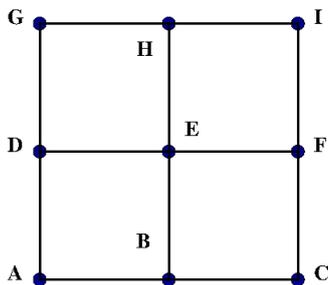
**Q7.** Dessiner  $G_3$ .

**Q8.**  $G_3$  est-il hamiltonien?

**Q9.**  $G_4$  est-il eulérien.

**Q3.** Le graphe ci-dessus est-il planaire?

 **Q10.** Montrer que si  $r > 1$  est impair alors  $G_r$  n'est pas hamiltonien.



  **Q11.** Montrer que si  $r \geq 4$  alors  $G_r$  est connexe.

---

On construit un graphe orienté à partir du graphe ci-dessus en orientant les arêtes verticales vers le haut et les arêtes horizontales vers la droite.

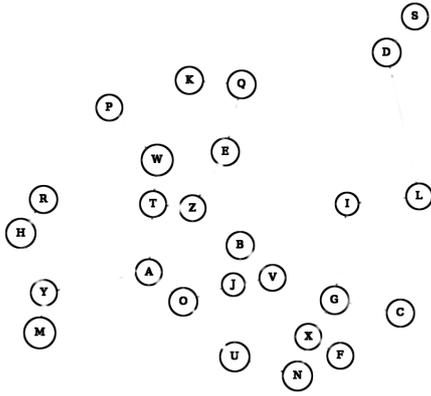
---

On considère les entiers  $n > 1$  pour lesquels il existe un arbre d'ordre  $n$  dont le complémentaire est un arbre d'ordre  $n$ .

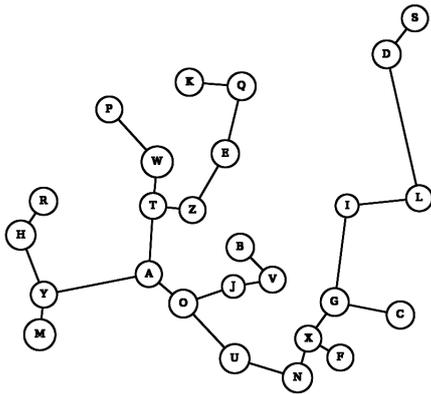
**Q4.** Préciser la nature du graphe obtenu.

**Q12.** Montrer que  $n = 4$ .

**Q13.** Dessiner tous les arbres possibles à isomorphisme près.



**Q14.** Comment les graphes ci-contre ont été obtenus à partir du nuage de 26 sommets en haut à gauche ?

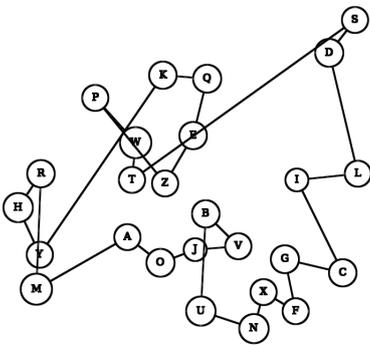


**Q15.** Quel résultat du cours apparaît en filigrane de ce timbre helvétique de 2007 ?

```

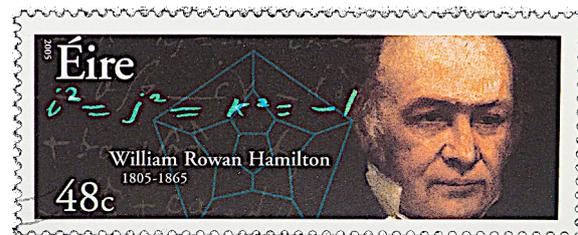
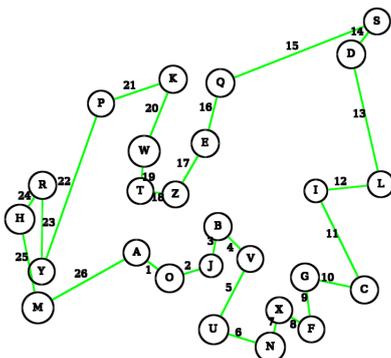
1
2 typedef struct liste {
3     int sommet;
4     struct liste * svt;
5 } enliste , *liste ;
6
7 typedef struct {
8     int nbs;
9     char ** mat;
10    liste *adj;
11 } graphe;
12
13 int geante( graphe g );

```



Pour une mise en oeuvre en langage C, nous utiliserons la structure de graphe en privilégiant la représentation par liste d'adjacence.

**Q16.** Coder `int geante( graphe g )` qui détermine la taille de la plus grande composante connexe du graphe  $g$ .



**Q17.** Quelle notion du cours apparaît en filigrane de ce timbre irlandais de 2005 ?