Vincent Moret

Échecs... et Maths !

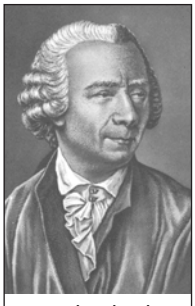
Calcul, théorie, analyse, problèmes… La liste n'est pas exhaustive. Autant de termes communs entre le jeu d'échecs et les mathématiques. Depuis des siècles, le roi des jeux et la science des nombres sont fortement connectés.
Dans un de ses écrits, l'auteur-joueur d'échecs Dany Senechaud affirme même que les échecs ont été perçus à l'origine comme une propédeutique (première année d'étude) à la mathématique. Le jeu d'échecs et les mathématiques font appel effectivement bien souvent à des aptitudes intellectuelles communes. Une des raisons, assurément, de la présence grandissante des 64 cases dans le système éducatif.
Certains estiment qu'un fort joueur d'échecs est forcément un bon mathématicien. D'autres avancent qu'un bon mathématicien sera naturellement également un bon joueur d'échecs.
Alors, échecs = mathématiques ? Une équation à plusieurs facteurs qui n'est pas si simple à résoudre.

Tout joueur d'échecs (et tout mathématicien) connaît la célèbre légende de Sissa qui aurait donné naissance au jeu d'échecs il y a plusieurs millénaires. Un riche prince indien, qui passait ses journées à s'ennuyer, demanda à ses sages de lui inventer quelque chose pour le distraire. Lorsque le Brahmane Sissa lui présenta le jeu d'échecs, le monarque fut enthousiaste et lui proposa de choisir sa récompense. Le sage répondit alors qu'il souhaitait juste un peu de blé. Un grain de blé sur la première case d'un échiquier, puis deux sur la deuxième case, quatre grains sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la soixante-quatrième case en doublant à chaque fois le nombre de grains. Cette demande sembla bien modeste au souverain fort surpris et amusé par l'exercice. Mais il ne put jamais s'acquitter de la récompense. En réalité le nombre de grains à réunir est astronomique et irréalisable. Il aurait fallu offrir à Sissa non pas un sac, mais 18 446 744 073 709 551 615 grains… Largement de quoi recouvrir la superficie d'un pays comme la France sur plusieurs mètres.

Un autre aspect du caractère infini du jeu d'échecs a suscité l'intérêt des mathématiciens : quel pourrait être le nombre de parties possibles ? En ne prenant en compte que des coups d'apparences raisonnables, et en se limitant à 40 coups, le mathématicien belge Maurice Kraitchik est parvenu en 1953 à une estimation de 256×10^{114}, soit 256 suivi de 114 zéros ! Peu après, l'Anglais J.E. Littlewood a trouvé un nombre bien plus grand, en prenant en compte, cette fois, tous les coups légaux : 1 suivi… de 705 zéros ! À vérifier toutefois…

Einstein, ami de Lasker

Bon nombre de mathématiciens se sont penchés sur le jeu d'échecs pour tenter d'en percer ses mystères. Le plus illustre d'entre eux est sans doute le Suisse Euler, célèbre pour sa formule et son théorème. Il publia un mémoire en 1759 sur le circuit bien connu du cavalier, qui part d'une case quelconque de l'échiquier et qui doit les visiter toutes une seule fois avant de revenir à son point de départ. Brendan McKay a démontré en 1997 qu'il y aurait plus de



Leonhard Euler

13 000 milliards de possibilités différentes de résoudre cette rosace du cavalier. Quand l'amateur a déjà bien du mal d'en trouver une !

À défaut d'essayer de percer les secrets des échecs, de très nombreux mathématiciens se sont pris au jeu, dans le premier sens du terme. « *Pour eux, c'est un défi supplémentaire* », assure Philippe Langevin, universitaire à Toulon, joueur de bon niveau et auteur de plusieurs écrits sur les échecs et les mathématiques. « *Résoudre une position, démontrer une question mathématique ou encore découvrir un algorithme peuvent procurer les mêmes plaisirs.* »

Emanuel Lasker

Albert Einstein était un grand ami d'Emanuel Lasker, et on peut retrouver trace d'une partie très correcte qu'il aurait gagnée contre le physicien Oppenheimer. Plus près de nous, le Français Jean-Christophe Yoccoz, qui a obtenu en 1994 la médaille Fields, l'équivalent du prix Nobel pour les Mathématiques, a un classement FIDE supérieur à 2 200. Tout comme le jeune Nicolas Templier qui a réussi l'exploit d'obtenir à 16 ans le premier prix du Concours général, simultanément en maths et en physique !

Un doctorat de mathématiques pour Max Euwe

Pourtant, si la plupart des grands mathématiciens poussent du bois un jour ou l'autre, la réciproque est loin d'être vraie. Les grands joueurs d'échecs, entendez par là les champions du monde, également mathématiciens de premier plan ne sont pas légion.

Max Euwe

« *Quand il est question d'échecs et maths, le milieu échiquéen cite invariablement le nom de Max Euwe comme chef de classe des mathématiciens joueurs d'échecs* », affirme Philippe Langevin, relayé par Dany Sénéchaud, « *mais force est de constater que les grandes compétences mathématiques de l'ancien champion du monde n'ont jamais été démontrées. Il a certes obtenu un doctorat de mathématiques, ce qui suffit pour le qualifier effectivement de mathématicien, mais il n'a rien publié de fondamental dans ce domaine !* »

Échecs et mathématiques sur le web

Les échecs et les mathématiques ont donné lieu à de très nombreux articles, notamment sur internet. Une simple recherche « Echecs et Maths » sur le moteur Google donne plus de 12 000 liens.

Quelques sites francophones intéressants parmi tant d'autres :

http://langevin.univ-tln.fr/notes/Lasker/index.html
La contribution d'Emmanuel Lasker aux mathématiques.

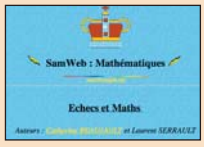
http://membres.lycos.fr/samy/echecs_maths/memo_echecs.htm
Echecs et Maths, un mémoire réalisé par Catherine Beaujault et Laurent Serrault.

http://www.avancement-sciences.org/fichiers/2006_4_Senechaud.pdf
Amusements sérieux sur l'échiquier : jeu d'échecs et mathématiques. Une approche bibliographique par Dany Sénéchaud.

http://matpat.ac-rennes.fr/ressources/pedago/index.php
Utilisation des échecs dans l'enseignement des mathématiques.

http://www.echecs.org
Association Échecs et Maths. L'organisme du jeu d'échecs en milieu scolaire au Canada.

http://www.chessbase.com/columns/column.asp?pid=163
Un article très intéressant de Frederic Friedel, de ChessBase, sur le parcours du cavalier.



L'universitaire Philippe Langevin a recensé plus d'une centaine de publications mathématiques où apparaît le mot "chess".

▶▶▶

▶▶▶

Si l'on considère les activités de recherches conclues par des parutions spécialisées, c'est le nom du 2e champion du monde officiel, l'Allemand Emmanuel Lasker qui s'impose. « *Il a réalisé des travaux d'une importance capitale pour le développement de la géométrie algébrique, en introduisant notamment la notion d'idéal primaire* », souligne Philippe Langevin. Einstein lui-même considérait son ami Lasker comme « *un immense génie qui gâchait son talent à se concentrer sur des pièces d'échecs* » !

Aujourd'hui, parmi les joueurs de premier plan, on peut citer le GMI John Nunn, auteur d'une thèse en topologie algébrique de l'université à Oxford.

Bien évidemment, il serait fortement réducteur et complètement faux même de penser que tous les joueurs d'échecs sont des matheux confirmés. Certains n'ont même jamais approché les mathématiques, ni de près, ni de loin. « *Une des qualités de ceux qui ont réussi dans les deux disciplines est assurément la très grande capacité de travail* », avance Philippe Langevin.

Nombreuses applications dans le domaine scolaire

Pourtant, il est évident qu'échecs et mathématiques font souvent appel à des aptitudes intellectuelles communes. D'où sa popularité croissante au sein du système éducatif actuel. De plus en plus d'instituteurs intègrent dans leurs programmes pédagogiques l'apprentissage du jeu d'échecs, et beaucoup plus que le jeu de dames, le bridge ou encore le go.

Au Canada, grâce à l'association Échecs et Maths, un grand nombre d'écoles primaires ont mis les échecs à leur programme par le biais du Défi mathématique. « *Notre programme "Défi mathématique" est basé sur la recherche intensive et la pratique. Il se concentre sur la résolution de problèmes* », explique Larry Bevand, arbitre international et directeur de l'association. « *Le but est de développer le jugement et le raisonnement de l'enfant, d'encourager l'habileté à expliquer le pourquoi et le comment de leur solution aux problèmes et de développer leur confiance comme leur propre efficacité à résoudre des problèmes.* » Les résultats sont édifiants. « *Au Nouveau-Brunswick, le programme a été introduit dans toutes les écoles primaires francophones. En quelques années à peine, le secteur francophone de cette province a pris, en mathématiques, le dessus sur son secteur anglophone.* »

Les vertus pédagogiques du jeu d'échecs ne sont effectivement plus à démontrer, tout particulièrement dans le domaine des mathématiques. « *Les applications sont nombreuses* », assure Laure Zoeller, professeur de mathématiques et animatrice du club d'échecs au collège Jacques-Prévert de Noisy-le-Sec. « *Par exemple, la notion de repérage avec les coordonnées de l'échiquier ou la progression géométrique et l'introduction à la notion de puissance avec la légende de Sissa. Le jeu d'échecs peut également être le support de nombreux jeux mathématiques. En outre, il permet de développer l'intuition, l'imagination, la capacité de raisonnement et d'analyse, ou encore la concentration. Autant de facultés qu'on retrouve en mathématiques.* »

Comme Monsieur Jourdain faisait de la prose sans le savoir, bien souvent les joueurs d'échecs font des mathématiques sans s'en rendre compte. ■

Curiosités mathématiques sur l'échiquier

Les deux plus célèbres problèmes d'échecs faisant intervenir les mathématiques sont assurément la rosace du cavalier et celui des 8 dames.

Le circuit (ou rosace) du cavalier était connu des brahmanes hindous il y a plus de 2000 ans. Il faut faire passer le cavalier sur toutes les cases de l'échiquier et revenir à son point de départ sans jamais passer deux fois sur la même case. Pour le résoudre, Euler réalisa un carré magique en inscrivant les numéros des sauts de cavalier dans l'ordre. La somme des numéros de chaque rangée et de chaque colonne est 260. Et chaque demi-rangée et chaque demi-colonne a une somme de 130.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Le problème des huit dames a également longtemps passionné mathématiciens et joueurs d'échecs : comment disposer huit dames sur l'échiquier, sans qu'aucune d'elles ne soit en prise ? Le célèbre mathématicien allemand du XIXe siècle Gauss pensait qu'il existait 76 solutions. On ne connaît toujours pas de méthode permettant de déterminer le résultat. Mais une analyse exhaustive a permis de trouver qu'il existe 92 possibilités. A l'amateur d'essayer déjà d'en trouver une.